DIU "Enseigner l'informatique au lycée"
UE 3 : Architectures matérielles et robotique, systèmes et réseaux

Circuits et Architecture des Ordinateurs

Travaux dirigés TD
Corrigé

Responsable : H. LADJAL
hamid.ladjal@univ-lyon1.fr
https ://diu-eil.univ-lyon1.fr/bloc3/

1- Partie I : L'algèbre de Boole et circuits combinatoires

2- Partie II : Circuits séquentiels

3- Annexe

Partie I : L'algèbre de Boole et circuits combinatoires

Exercice 1 :

- Démontrez analytiquement par l'algèbre de Boole que :

1) $a + ab = a$
2) $a + \bar{a}b = a + b$
3) $ac + \bar{a}b + bc = ac + \bar{a}b$
4) $AB + ACD + \overline{B}D = AB + \overline{B}D$
4) $ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}CD = AB + ACD$
5) $ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} = BC + AC + AB$
6) $\overline{A\overline{B} + \overline{A}B} = AB + \overline{AB}$
7) $(A\overline{C} + BC) \oplus (A\overline{B} + BC) = A(B \oplus C)$
8) $A(\overline{A} + \overline{B})(A + B) = A.\overline{B}$

Réponses

1) $a + ab = a(1 + b) = a$
2) $a + \bar{a}b = a + ab + \bar{a}b = a + b(a + \bar{a}) = a + b.1 = a + b$
3) $ac + \bar{a}b + bc = ac + \bar{a}b = ac + \bar{a}b + bc.1 = ac + \bar{a}b + bc.(a + \bar{a})$
$= ac + \bar{a}b + bc.a + bc.\bar{a} = ac(1 + b) + \bar{a}b(1 + c) = ac + \bar{a}b$

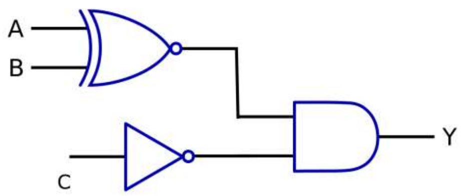
4) $AB + ACD + \overline{B}D = AB + \overline{B}D + ACD(B + \overline{B}) = AB + ACDB + ACD\overline{B} + \overline{B}D$
$= AB(1 + CD) + \overline{B}D(AC + 1) = AB + \overline{B}D$
4) $ABC + AB\overline{C} + A\overline{B}CD = AB(C + \overline{C}) + A\overline{B}CD = AB + A\overline{B}CD$
$= A(B + \overline{B}(CD)) = A(B + CD) = AB + ACD$
5) $ABC + \overline{A}BC + A\overline{B}C + AB\overline{C} = ABC + \overline{A}BC + ABC + A\overline{B}C + ABC + AB\overline{C}$
$= BC(A + \overline{A}) + AC(B + \overline{B}) + AB(C + \overline{C}) = BC + AC + AB$
6) $\overline{A\overline{B} + \overline{A}B} = \overline{A\overline{B}}.\overline{\overline{A}B} = (\overline{A} + B).(A + \overline{A}) = \overline{A}A + \overline{AB} + AB + B\overline{B} = AB + \overline{AB}$

$$(A\overline{C} + BC) \oplus (A\overline{B} + BC) = ((A\overline{C} + BC).\overline{(A\overline{B} + BC)}) + (\overline{(A\overline{C} + BC)}.(A\overline{B} + BC))$$
$$= ((A\overline{C} + BC).(\overline{A} + B)(\overline{B} + \overline{C})) + ((\overline{A} + C)(\overline{B} + \overline{C})(A\overline{B} + BC))$$
$$= ((A\overline{C} + BC)(\overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{C} + B\overline{C})) + (\overline{A}\overline{B} + \overline{A}\overline{C} + \overline{B}C)(A\overline{B} + BC)$$
$$= (AB\overline{C}) + (A\overline{B}C) = (AB\overline{C} + A\overline{B}C) = A(B \oplus C)$$

$$A(\overline{A} + \overline{B})(A + B) = A.\overline{B}$$
$$A(\overline{A} + \overline{B})(A + B) = A.(A\overline{A} + \overline{A}B + \overline{B}A + \overline{B}B) = A.(\overline{A}B + \overline{B}A) = A\overline{A}B + A\overline{B}A = A\overline{B}$$

Exercice 2 :

Retrouver la table de Karnaugh de la fonction Y(A,B,C) :



A \ BC	00	01	11	10
0				
1				

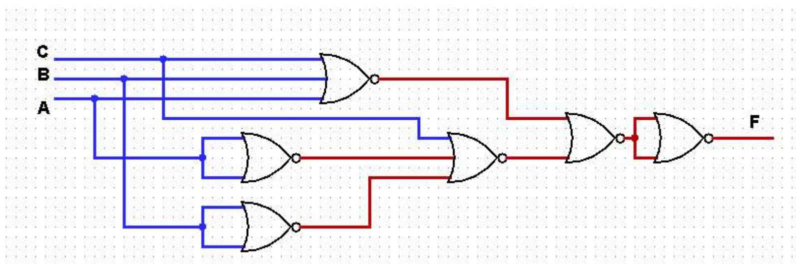
1. Donner l'expression simplifiée de Y
2. Dessiner le circuit équivalent qui utilise uniquement des portes NOR (on peut utiliser des portes à 3 entrées)

Réponses

A \ BC	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	0	0	0	1

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} = \bar{C}(\bar{A}\bar{B} + AB) = \bar{C}(\overline{A \oplus B})$$

$$F = \bar{A}\bar{B}\bar{C} + AB\bar{C} = \overline{\overline{\overline{\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}} + \overline{\overline{AB\bar{C}}}}} == \overline{\overline{\overline{A+B+C} + \overline{\bar{A}+\bar{B}+C}}}$$



DIU : Circuits et architecture des ordinateurs

Exercice 3 : Représentation des circuits logiques

Une fonction logique à 4 variables booléennes qui sont : A, B, C et D.

1) En utilisant exclusivement l'algèbre de Boole, démontrez que :
2)

$$(B + AC\overline{(A\oplus C)})(D + \overline{\overline{A}+\overline{C}}) = AC + BD$$

3) Vérifiez votre résultat avec le tableau de Karnaugh.

AB \ CD	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

4) Tracer le circuit logique (logigramme) en utilisant uniquement des portes **NAND**

Réponses

$$(B + AC\overline{(A\oplus C)})(D + \overline{\overline{A}+\overline{C}}) = AC + BD$$

$$(B + AC\overline{(A\oplus C)})(D + \overline{\overline{A}+\overline{C}}) = (B + AC(\overline{A}\,\overline{C} + AC))(D + AC)$$

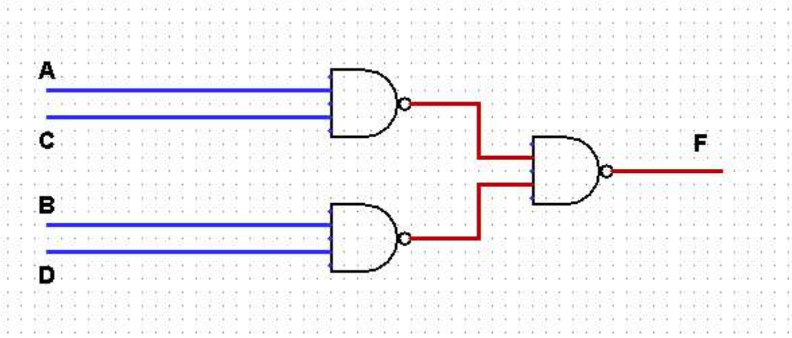
$$= (B + AC\overline{A}\,\overline{C} + ACAC))(D + AC) = (B + AC))(D + AC)$$

$$= BD + BAC + ACD + AC = BD + AC(B + D + 1) = BD + AC$$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	0	1	1	1
10	0	0	1	1

$$F = AC + BD$$

$$F = AC + BD = \overline{\overline{AC + BD}} = \overline{\overline{AC}.\overline{BD}}$$



Exercice 4 : Circuits Combinatoires (questions du cours)

Faire les schémas correspondant aux fonctions simplifiées :

Exo 1 :
Retrouvez la table de vérité puis l'équation d'un multiplexeur à 4 entrées.
Faire le schéma complet (logigramme).

Exo 2 :
Retrouvez la table de vérité puis l'équation d'un démultiplexeur 1 voie vers 4.
Faire le schéma complet (logigramme).

Exo 3 :
Retrouvez la table de vérité puis l'équation d'un encodeur à 4 entrées.
Faire le schéma complet (logigramme).

Exo 4 :
Retrouvez la table de vérité puis l'équation d'un décodeur à 2 entrées.
Faire le schéma complet (logigramme).

Exercice 5 : Circuit combinatoire

Dans cet exercice, on veut réaliser un comparateur de deux nombres binaires **xi** et **yi** à 1bit, dont le schéma synoptique est donné par la figure 1.

1) Trouvez la table de vérité
2) Donnez les expressions logiques des sorties
3) Le **logigramme** du comparateur

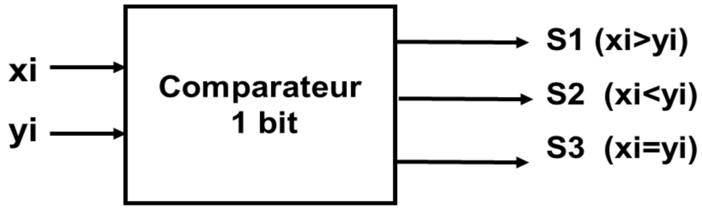


Figure 1

2- On veut maintenant réaliser un comparateur de deux nombres binaires à **deux bits** **X=X1X0** et **Y=Y1Y0**, dont le schéma synoptique est donné par la figure 2.
On note que X0 et Y0 sont les bits de poids les plus faibles.

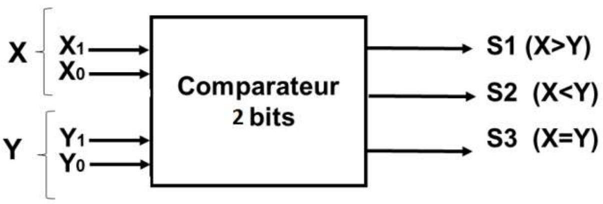


Figure 2

1. Donnez les expressions logiques des sorties S1, S2 et S3 en fonction des entrées Xi et Yi avec i=0, 1 du comparateur à 1 bit.
2. Tracez le logigramme du comparateur à 2 bits.

3- On veut afficher les sorties du comparateur (S1, S2, S3) sur un afficheur 7 segments en utilisant un **<u>transcodeur 3 vers 7</u>**, comme le montre la figure 2, et ce pour obtenir l'affichage donné par la figure 3.

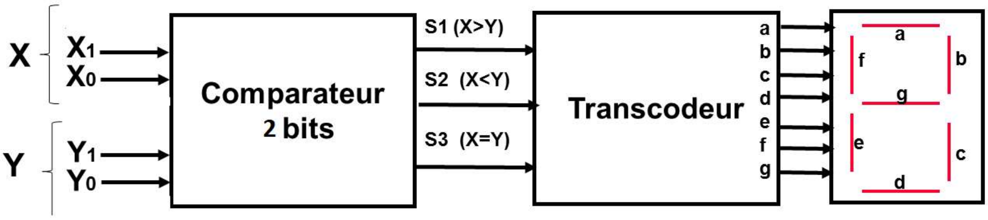


Figure 2

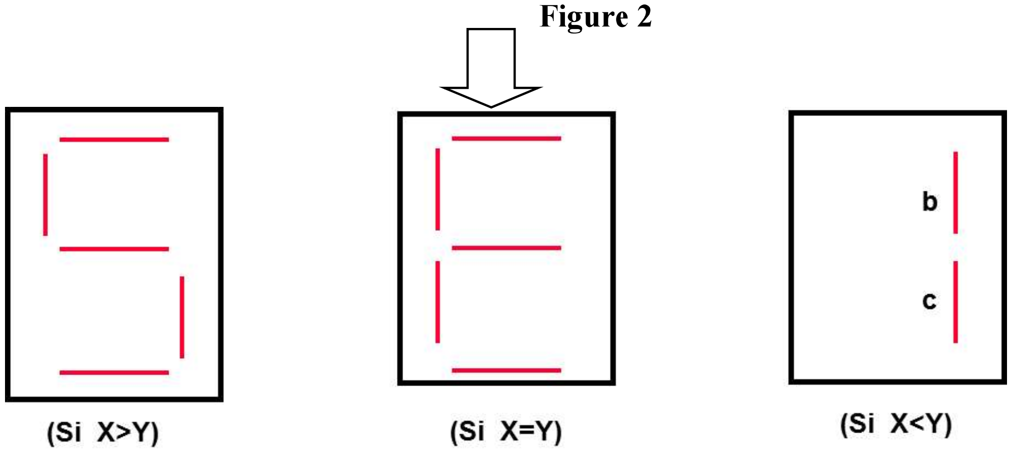


Figure 3

1. Donnez la **table de transcodage** permettant le passage du code S1, S2, S3 au code 7 segments.
2. En déduire le schéma interne (logigramme) du transcodeur.

Réponses :

Correction :

Table de vérité

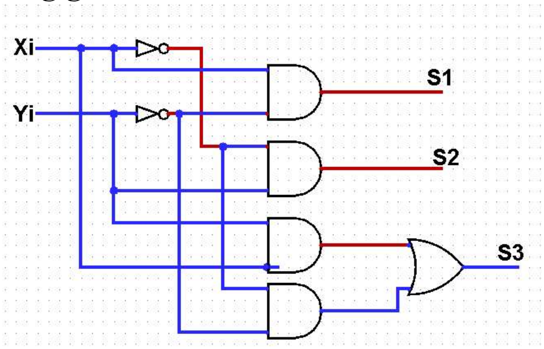
Xi	Yi		S1	S2	S3
0	0		0	0	1
0	1		0	1	0
1	0		1	0	0
1	1		0	0	1

$$S1 = Xi\overline{Yi}$$

$$S2 = \overline{Xi}Yi$$

$$S3 = \overline{Xi}\,\overline{Yi} + XiYi = \overline{Xi \oplus Yi}$$

Logigramme



Partie 2 :Pour le comparateur à 2 bits (voir le cours svp)
Partie 3 :
Table de transcodage

Affichage	S1	S2	S3		a	b	c	d	e	f	g
S	1	0	0		1	0	1	1	0	1	1
E	0	0	1		1	0	0	1	1	1	1
I	0	1	0		0	1	1	0	0	0	0

Les équations :

$$a = f = g = S_1.\overline{S_2}.\overline{S_3} + S_3.\overline{S_1}.\overline{S_2}$$

$$b = \overline{S_1}.\overline{S_3}.S_2$$

$$c = \overline{S_3}(S_2 \bigoplus S_1)$$

Partie II : Circuits séquentiels

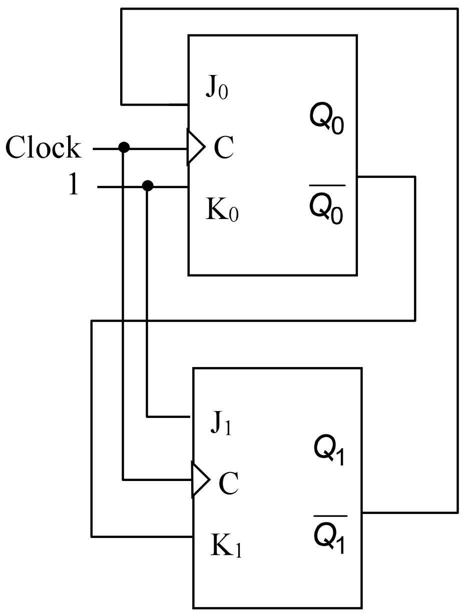
Réponses : Exercice 1 :

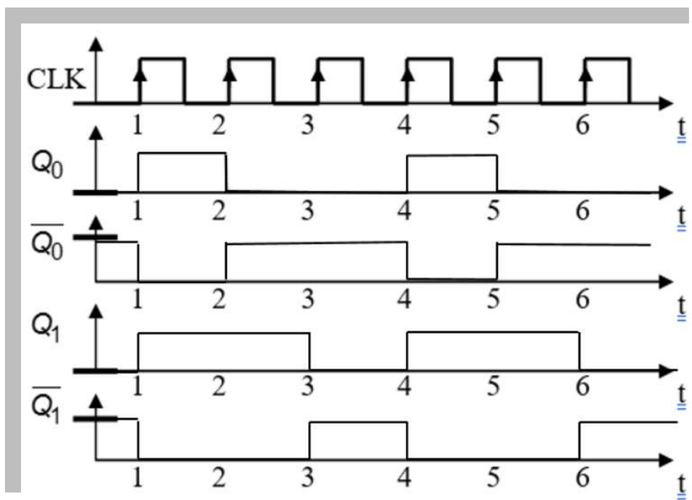
Rappel ci-contre : table de vérité d'une bascule JK

J	K	Q_{t+1}
0	0	Q_t
0	1	0
1	0	1
1	1	$\overline{Q_t}$

1. Complétez les chronogrammes correspondant au montage ci-dessous (les valeurs initiales sont données en gras). Pour cela, vous remplirez le tableau ci-dessous avec les valeurs des entrées et sorties en fonction du temps.

Temps	Valeur initiale	1	2	3	4	5	6
J_0	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**
K_0	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
J_1	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
K_1	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**
Q_0	**0**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**
Q_1	**0**	**1**	**1**	**0**	**1**	**1**	**0**





$J_0 = /Q_1$ $K_0 = 1$

$J_1 = 1$ $K_1 = /Q_0$

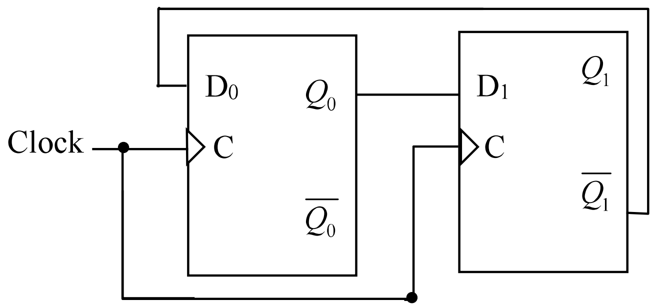
Réponses : Exercice 2 :

Un compteur synchrone modulo 4 à l'aide de bascules D avec le codage de Gray (00, 01, 11, 10).

t			t+1			Entrées	
n	**Q_1**	**Q_0**	**n**	**Q_1**	**Q_0**	**D_1**	**D_0**
0	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**
1	**0**	**1**	**3**	**1**	**1**	**1**	**1**
3	**1**	**1**	**2**	**1**	**0**	**1**	**0**
2	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**

$D_0 = \overline{Q_1}$ **$D_1 = Q_0$**

Logigramme



Annexe

- **Voici quelques règles les plus utilisées :**

$$A\,B + \overline{A}\,B = B$$
$$A + A\,B = A$$
$$A + \overline{A}\,B = A + B$$
$$(A + B)(A + \overline{B}) = A$$
$$A(A + B) = A$$
$$A(\overline{A} + B) = AB$$

- **Voici la représentation graphique des portes logiques :**