Un dé électronique

Dans ce travail, on va apprendre comment réaliser un dé numérique avec des diodes et un circuit logique que l'on va concevoir. On va modéliser ainsi le problème : on va prendre en entrée trois fils alimentés ou non en électricité et on va faire correspondre le nombre 1 au fait qu'un fil est alimenté et au nombre 0 le fait qu'un fil n'est pas alimenté.
En mixant les différents cas possibles, on obtient $2^3=8$ combinaisons. Ces combinaisons peuvent correspondre aux nombres entiers entre 0 et 7 écris en binaire. Les nombres 1 à 6 vont être associées aux faces d'un dé, et des diodes devront s'éclairer à l'avenant. Nous allons donc retravailler

- L'écriture binaire d'un nombre
- Les opérateurs logiques ET et OU
- Quelques portes logiques pour traduire en circuit les opérations effectuées

1°) Révision : écriture binaire d'un nombre.

On considère un nombre entier n en écriture décimale, $n \in \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;6\,;7\}$, et on lui fait correspondre son écriture binaire. On rappelle que cette écriture n'utilse comme chiffres que 0 et 1. Ces chiffres sont aussi appelés bits (binary digits)

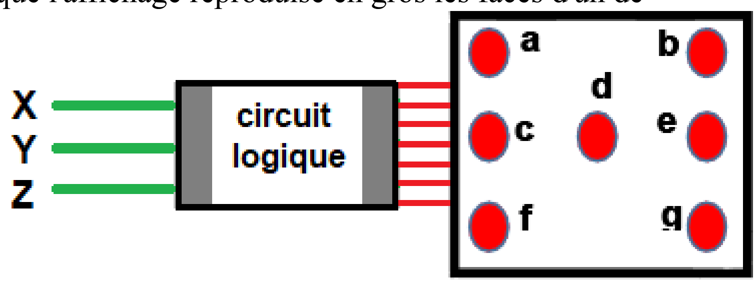
Plus précisément on associe à n, un triplet (X, Y, Z) de bits tel que $n = X \times 2^2 + Y \times 2 + Z$
Par exemple pour $n = 6$. $6 = 1 \times 4 + 1 \times 2 + 0$ ainsi, $n = 6$ correspond au triplet (X, Y, Z) = (1, 1, 0) que l'on note XYZ = 110

Question 1 **Compléter** le tableau de correspondance

n	0	1	2	3	4	5	6	7
XYZ	000	001	010	011				111

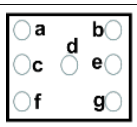
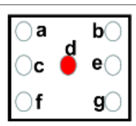
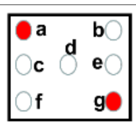
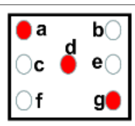
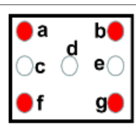
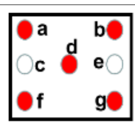
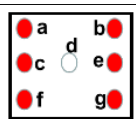
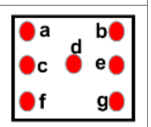
2°) Un circuit à diodes

On considère un circuit électronique à sept diodes **a,b,c,d,e,f,g** disposées comme sur la figure suivante. On voudrait que l'affichage reproduise en gros les faces d'un dé



- Il y a un circuit logique qui possède trois entrées électriques X, Y, Z que l'on associe par convention aux nombres 0 si le courant ne passe pas, et 1 si le courant passe.
- Il y a aussi 7 sorties électriques que l'on fait correspondre aux diodes. On prend par convention que par exemple la diode **a** est allumée si la sortie **a** vaut 1 et est éteinte si la sortie **a** vaut 0.

On voudrait que l'affichage des diodes correspondent à X, Y, et Z de la manière suivante :

n	0	1	2	3	4	5	6	7
XYZ	000	001	010	011	100	101	110	111
diodes								

Pour simplifier on associe dans un premier temps au nombre 7, le fait que toutes les diodes soient allumées, ce qui n'existe pas bien entendu pour un dé à 6 faces.
Par exemple une entrée XYZ = 011 correspond au nombre 3 et les diodes **a d** et **g** doivent s'allumer

Question 2 Associer au nombre n = 5 suivant le triplet XYZ correpondant, ainsi que la liste des diodes devant s'allumer. **Compléter** n = 5 ; XYZ = ... ; diodes allumées : ... ... ;
Compléter alors par 0 ou 1 : **a** = ... ; **b** = ... ; **c** = ... ; **d** = ... ; **e** = ... ; **f** = ... ; **g** = ...

3°) Quelques questions

Question 3.1 A quelle condition sur la parité de l'entier n la diode d s'allume-t-elle (**d**=1) ?
....
En déduire que dans tous les cas, **d** =Z ....
....
....

Question 3.2 Est-ce que les diodes **b** et **f** sont allumées lorsque $n < 4$? ....
Quelle est la valeur de X dans ce cas ? ....
A quelle condition sur n et sur X les diodes **b** et **f** s'allument-elles ?
....
En déduire que **b** = X et **f** = X
....

Question 3.3 **Compléter** le tableau de correspondance entre XYZ et **a,b,c,d,e,f,g**

n	X	Y	Z	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1
3	0	1	1							
4	1	0	0	1	1	0	0	0	1	1
5	1	0	1							
6	1	1	0							
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Question 3.4 On rappelle qu'en algèbre de Boole, l'opérateur binaire **ET** se note « · » et l'opérateur binaire **OU** se note « + »

Compléter les tables de vérité suivantes de X + Y et de X · Y

		X	
		0	**1**
Y	**0**	0	
	1		1

Table de vérité de X + Y

		X	
		0	**1**
Y	**0**	0	
	1		1

Table de vérité de X · Y

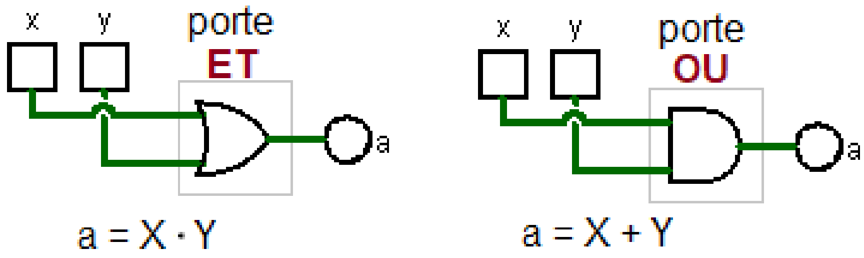
En déduire, ainsi que de la question 3.3 la réponse à la question suivante :

Question 3.5 **Compléter** selon chaque cas les pointillés soit par l'opérateur « · » soit par l'opérateur « + »

a = X ... Y ; **c** = X ... Y ; **e** = X ... Y ; **g** = X ... Y ;

4°) Un circuit logique

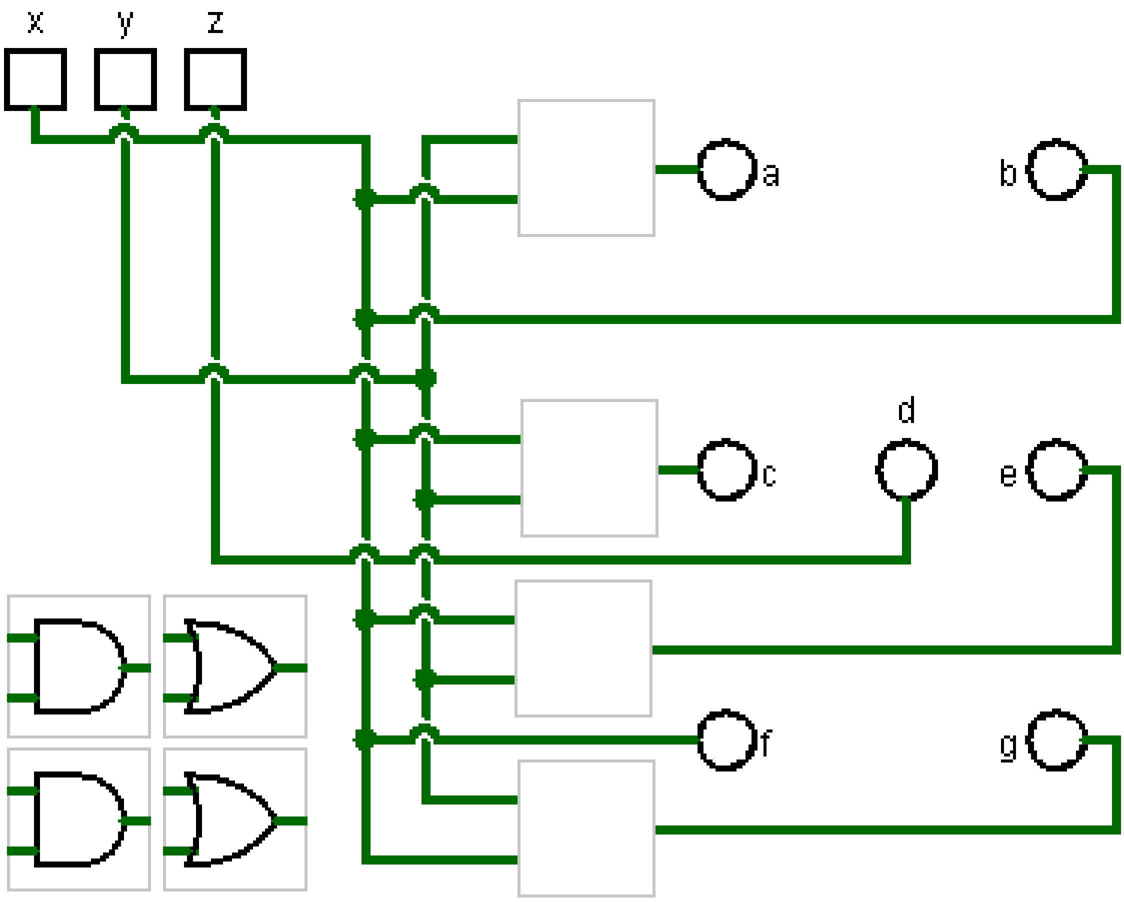
On rappelle qu'on peut représenter les opérateurs « · » et « + » par des portes logiques dans un circuit électrique. Les carrées représentent des bits en entrées, et les rond des bits en sortie.



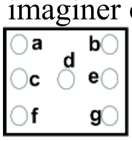
Par exemple si en entrée on a X=1 et Y = 0, alors le **a** en sortie de la porte ET vaut 0, tandis que pour les mêmes entrées, le **a** en sortie de la porte OU vaut 1

Voilà en dessous un circuit incomplet permettant de réaliser notre dé numérique.
Il manque les portes logiques
Noter qu'un fil simple relie l'entrée Z à la diode **d**. Cela signifie que **d** = Z comme vu à la question 3.1.
Il en est de même pour **b** et **f** qui ne sont reliés à X que par un fil : **b** = X et **f** = X

Question 4 **Découper** les vignettes avec les portes logiques et **coller** les portes correspondantes dans les bons carrés afin de respecter la table de la question 3.3



5°) Un « vrai » dé numérique

On veut imaginer comment réaliser un vrai dé numérique, lorsqu'on associe à $n = 7$ les diodes toutes éteintes 

Le plus simple dans notre situation est de partir du circuit que l'on vient de bâtir, mais de rajouter une condition sur les entrées.
Ainsi lorsque toutes les entrées sont à 1, il faut les transformer pour qu'elles soient toutes à 0

On peut utiliser une porte NAND (= NOT AND) à trois entrées et des portes ET

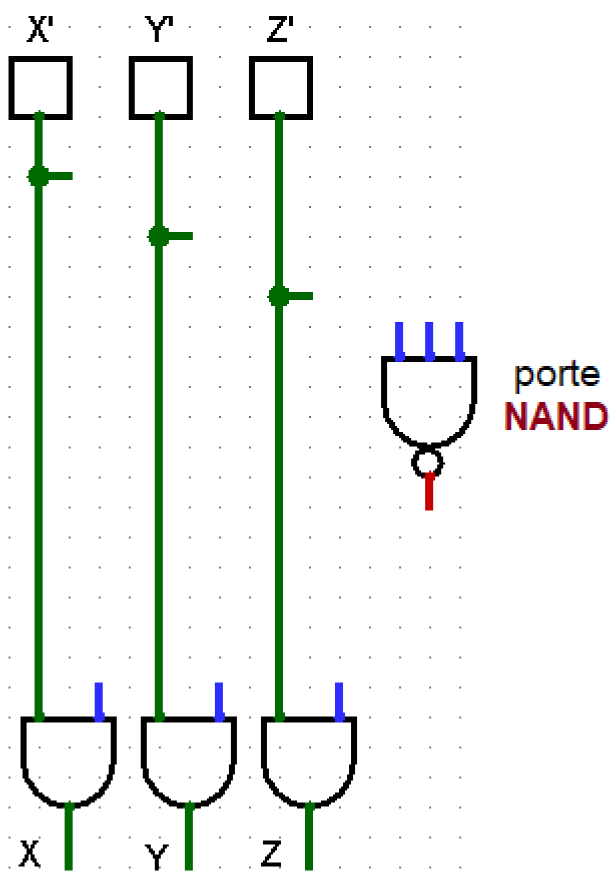
En effet, par exemple une porte ET ou OU peut avoir plusieurs entrées.

- La sortie d'une porte ET avec des entrées multiples est 1 lorsque toutes les entrées sont à 1
- La sortie d'une porte OU (multiple) est 1 lorsque au moins une entrée est à 1

Il en est de même pour une porte NAND

- La sortie d'une porte NAND (multiple) est 0 lorsque toutes les entrées sont à 1

Question 5 : **Compléter** le circuit en **dessinant les fils** manquants afin que X'Y'Z' = XYZ, sauf si X'Y'Z' = 111, auquel cas XYZ = 0



Ainsi, en remplaçant les entrées X, Y, Z par ce circuit et en alimentant X' Y' et Z' grâce au nombre *n,* on obtient un « vrai » dé numérique.

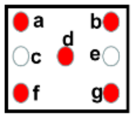
Un corrigé

Question 1

n	0	1	2	3	4	5	6	7
XYZ	000	001	010	011	100	101	110	111

Question 2

n = 5 ; XYZ = 101; diodes allumées : a b d f g



a = 1 ; b = 1 ; c = 0 ; d = 1 ; e = 0 ; f = 1 ; g = 1

.

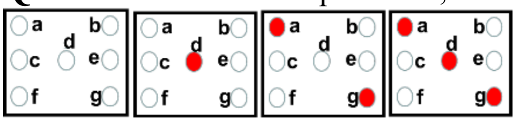
Question 3.1

d s'allume (=1) lorsque n=1 ; 3;5;7, donc lorsque n est impair

d = 1 correspond à XYZ = 001 ou 011 ou 101 ou 111, ce qui correpond à Z = 1
d = 0 correpond à XYZ = 000 ou 010 ou 100 ou 110, ce qui correpond à Z = 0
Dans tous les cas, d = Z

Question 3.2

Lorsque n < 4 , alors on a n=0 ou 1 ou 2 ou 3 les diodes correspondantes sont



pour lesquelles bet f sont éteintes.

La valeur de X correspondante est 0
Inversement si n> 3, ce qui correspond à X = 1, alors les diodes b et f sont allumées.

b = X et f = X car X = 0 correpond à b = 0 ainsi qu'à f = 1 tandis que X = 1 correspond à b = 1 ou encore à f = 1

Question 3.3

n	**X**	**Y**	**Z**	a	b	c	d	e	f	g
0	**0**	**0**	**0**	0	0	0	0	0	0	0
1	**0**	**0**	**1**	0	0	0	1	0	0	0
2	**0**	**1**	**0**	1	0	0	0	0	0	1
3	**0**	**1**	**1**	1	0	0	1	0	0	1
4	**1**	**0**	**0**	1	1	0	0	0	1	1
5	**1**	**0**	**1**	1	1	0	1	0	1	1
6	**1**	**1**	**0**	1	1	1	0	1	1	1
7	**1**	**1**	**1**	1	1	1	1	1	1	1

Question 3.4

		X	
		0	**1**
Y	**0**	0	1
	1	1	1

Table de vérité de X + Y

		X	
		0	**1**
Y	**0**	0	0
	1	0	1

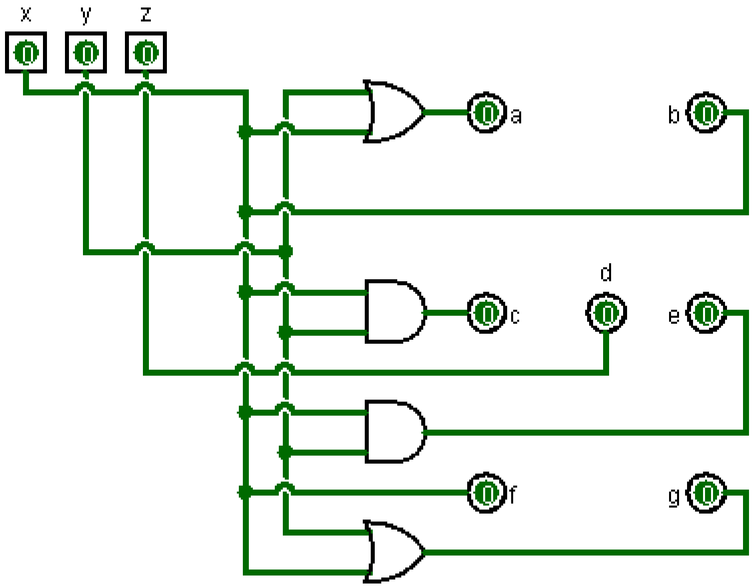
Table de vérité de X · Y

Question 3.5

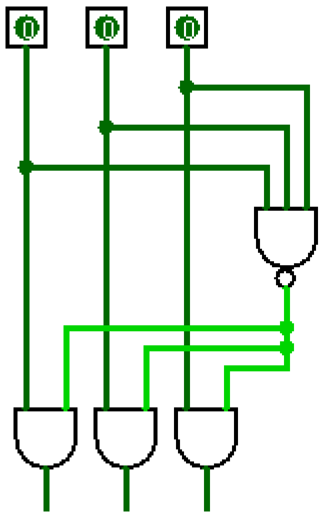
$a = X + Y$; $c = X \cdot Y$; $e = X \cdot Y$; $g = X + Y$;

En effet si X = 1 et Y = 0 ou bien si X = 0 et Y = 1 alors a = 1et et g = 1 tandis que c = 0 et e =0.

Question 4



Question 5



On peut faire une deuxième approche en partant de la table 3.3 que l'on modifie et reprendre les parties 3 et 4. On donne alors des expressions de X, Y, et Z en fonction de a,b,c,d,e,f,g, qui sont moins évidentes, et qui conduisent à un circuit plus complexe.